

SOLLECITAZIONI COMPOSTE

2 - FLESSIONE DEVIATA

Quando su una struttura agisce un carico (concentrato o distribuito) obliquamente all'asse baricentrico, tale struttura si dice sollecitata a flessione deviata, la quale è data dalla somma di due flessioni rette secondo gli assi x e y.

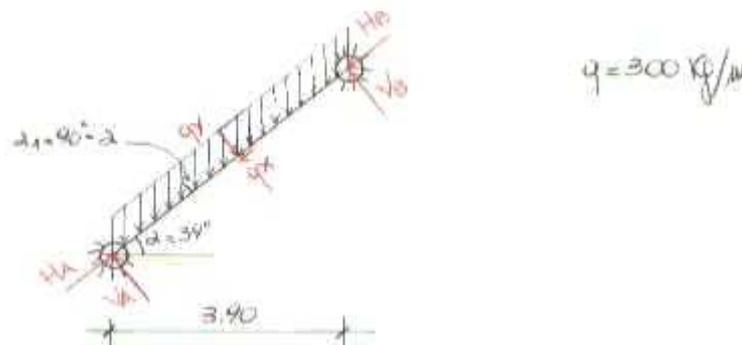
L'esempio classico e abituale di flessione deviata è rappresentato dalle travi inclinate di copertura, sopra le quali agisce un carico distribuito verticale formante quindi con l'asse baricentrico della trave stessa un angolo complementare a quello di inclinazione della falda del tetto.

Analizziamo ora i diversi casi che si possono presentare nella realtà:

a) TRAVE IN LEGNO DI SEZIONE RETTANGOLARE

Le travi di copertura si considerano sempre incernierate ai due estremi per sicurezza.

$$\begin{aligned} \text{S.F. } 1\text{cm} &= 200\text{kg} \\ \text{S.D. } 1\text{cm} &= 1\text{m} \end{aligned}$$



Dopo aver scomposto, tramite il solito metodo, il carico q nelle sue due componenti (orizzontale e verticale), si studia e si analizza la trave calcolandone le reazioni ed eseguendo gli opportuni diagrammi

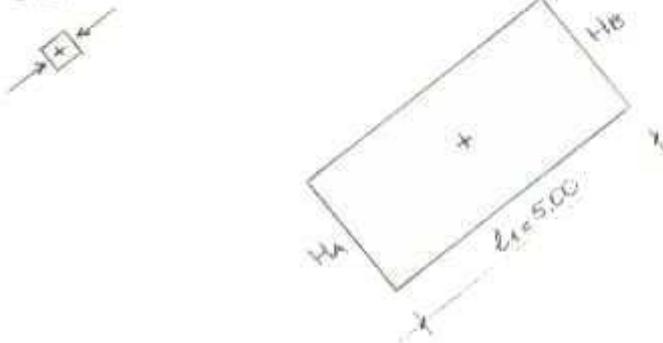
$$q_x = 300 \cdot \cos \alpha_1 = 300 \cdot \cos 51^\circ = 300 \cdot 0,63 = 189 \text{ kg/m}$$

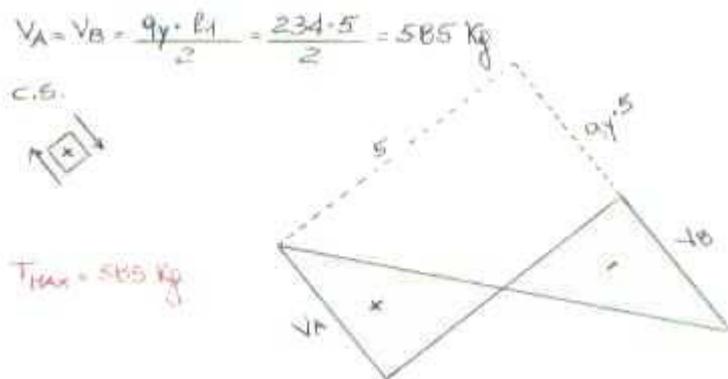
$$q_y = 300 \cdot \sin \alpha_1 = 300 \cdot \sin 51^\circ = 300 \cdot 0,78 = 234 \text{ kg/m}$$

$$\text{CALCOLO LUNGHEZZA TRAVE INCLINATA: } l_1 = \frac{l}{\sin 51^\circ} = \frac{3,90}{0,78} = 5,00 \text{ m}$$

$$H_A = H_B = \frac{q_x \cdot l_1}{2} = \frac{189 \cdot 5}{2} = 472,50 \text{ kg}$$

c.s.





Per procedere al progetto della trave dobbiamo dapprima fare riferimento alla **formula di verifica alla flessione deviata**:

$$\sigma = M_x/W_x + M_y/W_y \leq \sigma_{max \text{ amm}}$$

Essendo: $W_x = (bxh^2)/6$ e $W_y = (b^2xh)/6$ e prevedendo una sezione rettangolare con il solito rapporto $b = 0,7xh$, si può porre:

$$W_x/W_y = (bxh^2)/(b^2xh) \rightarrow h/b \rightarrow 1/0,7 \rightarrow W_y = 0,7xW_x$$

Per cui, partendo dalla formula di verifica:

$$s = M_x/W_x + M_y/W_y \rightarrow M_x/W_x + M_y/(0,7xW_x) \rightarrow W_x = (M_x + 1,43M_y)/\sigma_{max \text{ amm}}$$

da cui si ricavano, con le note formule, h e b.

Conclusa la parte di progetto si applicano le formule di verifica alla flessione deviata e al taglio con le dimensioni appena determinate.

PROGETTO TRAVE

$M_x = 590,62 \text{ Kg}\cdot\text{m} = 59062 \text{ Kg}\cdot\text{cm}$
 $M_y = 731,25 \text{ Kg}\cdot\text{m} = 73125 \text{ Kg}\cdot\text{cm}$
 $T_{max} = 585 \text{ Kg}$
 $\bar{\sigma} = 73 \text{ Kg}/\text{cm}^2$
 $\bar{\tau} = 10 \text{ Kg}/\text{cm}^2$

$$W_x = \frac{M_x + 1,43M_y}{\bar{\sigma}} = \frac{59062 + 1,43 \cdot 73125}{73} = 2241,52 \text{ cm}^3$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{W_x \cdot 6}{0,7}} = \sqrt[3]{\frac{2241,52 \cdot 6}{0,7}} = 26,78 \text{ cm} \rightarrow 27 \text{ cm}$$

$$b = 0,7 \cdot h = 0,7 \cdot 27 = 18,9 \text{ cm} \rightarrow 19 \text{ cm}$$

VERIFICA ALLA FLESSIONE DEVIATA

$$W_x = \frac{b \cdot h^2}{6} = \frac{19 \cdot 27^2}{6} = 2308,50 \text{ cm}^3$$

$$W_y = \frac{b^2 \cdot h}{6} = \frac{19^2 \cdot 27}{6} = 1624,50 \text{ cm}^3$$

$$\sigma = \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} = \frac{59062}{2308,50} + \frac{73125}{1624,50} = 25,58 + 45,01 = 70,59 \text{ Kg}/\text{cm}^2 < \bar{\sigma} \text{ q.v.}$$

VERIFICA AL TAGLIO

$$\tau = \frac{3}{2} \cdot \frac{T_{max}}{b \cdot h} = \frac{3}{2} \cdot \frac{585}{19 \cdot 27} = 1,71 \text{ Kg}/\text{cm}^2 < \bar{\tau} \text{ q.v.}$$

b) TRAVE IN LEGNO DI SEZIONE QUADRATA

Dopo aver scomposto il carico q nelle sue due componenti, si studia e si analizza la trave calcolandone le reazioni ed eseguendo gli opportuni diagrammi

Avendo assegnato alla trave sezione quadrata, avremo:

$$W_x = W_y = b^3/6$$

Essendo:

$$s = M_x/W_x + M_y/W_y \rightarrow \mathbf{W_x = W_y = (M_x + M_y)/\sigma_{\max amm}}$$

sostituendo in quest'ultima formula la condizione precedente:

$$b^3/6 = (M_x + M_y)/\sigma_{\max amm}$$

e quindi la **formula di progetto** finale sarà:

$$\mathbf{b = \sqrt[3]{[6x(M_x + M_y)]/\sigma_{\max amm}}}$$

Conclusa la parte di progetto si applicano le formule di verifica alla flessione deviata e al taglio con le dimensioni appena determinate.

c) TRAVE IN ACCIAIO TIPO IPE

Dopo aver scomposto il carico q nelle sue due componenti, si studia e si analizza la trave calcolandone le reazioni ed eseguendo gli opportuni diagrammi.

Dalla formula di verifica a flessione deviata $\sigma = M_x/W_x + M_y/W_y \leq \sigma_{\max amm}$, in un'operazione di progetto, le vere incognite rimangono W_x e W_y proprio perchè non si conoscono le dimensioni della sezione. Si fa però osservare che per le sezioni di travi commerciali in acciaio è possibile individuare famiglie di sezioni alle quali corrisponda un rapporto costante tra i moduli di resistenza.

Cioè sia: $W_x/W_y = c$ (costante)

da cui si ricava: $W_y = W_x/c$

e sostituendo nella formula di verifica si ottiene: $\sigma = M_x/W_x + M_y/W_x/c \rightarrow (M_x + cM_y)/W_x$

da cui deriva la **formula di progetto**: $\mathbf{W_x = (M_x + cM_y)/\sigma_{\max amm}}$

Noto W_x si desumono le dimensioni della sezione con il metodo abituale, cioè confrontando questo valore con i dati riportati nella tabella relativa alle travi IPE fino a che si trova un valore di W_x uguale o superiore a quello calcolato con la formula di progetto.

Per la costante c si forniscono alcuni valori approssimati distinti per sezioni:

IPE da 140 a 220 $c \cong 8$

IPE da 240 a 600 $c \cong 9 \div 10$

Conclusa la parte di progetto si applicano le formule di verifica alla flessione deviata e al taglio con le dimensioni appena determinate.

